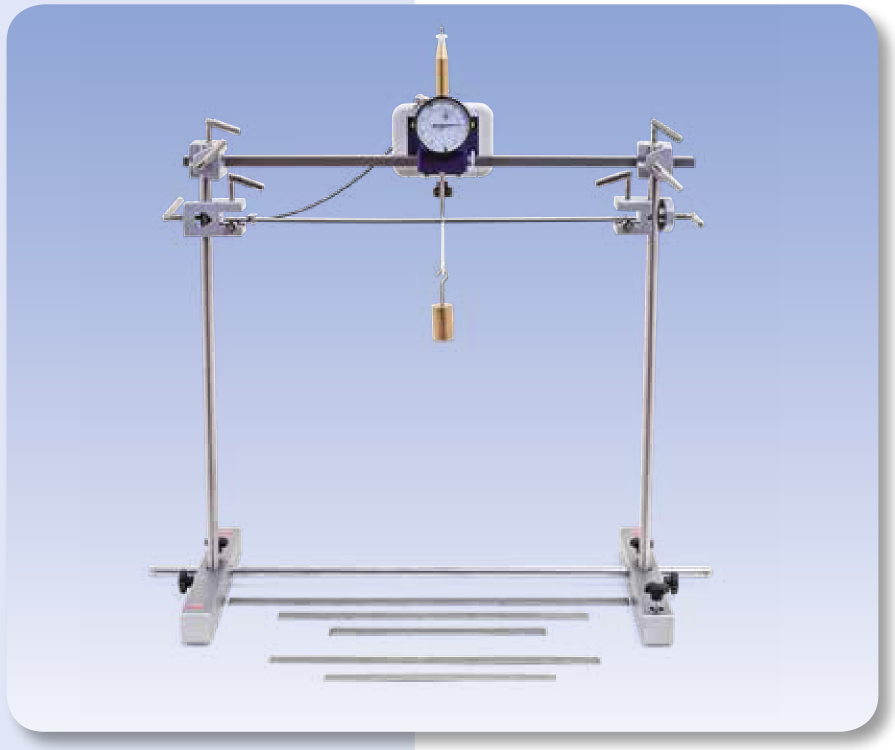
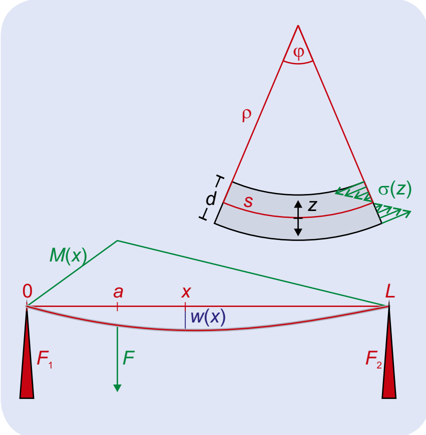
UE1090200

FLEXIÓN DE BARRAS PLANAS





OBJETIVO

Medición de la deformación de barras planas apoyadas a ambos lados y determinación del módulo de elasticidad

TAREAS

- **Medición del perfil de deformación con carga en el centro y con carga fuerza del centro.**
- **Medición de la deformación en dependencia con la fuerza.**
- **Medición de la deformación en dependencia con la longitud, el ancho, el espesor y con el material y determinación del módulo de elasticidad.**

RESUMEN

La resistencia a la deformación de una barra plana y delgada contra la flexión por una fuerza externa se puede calcular analíticamente cuando la deformación es mucho más pequeña que la longitud de la barra. Ésta es proporcional al módulo de elasticidad *E* del material de la barra. En el experimento se determina el módulo de elasticidad para el acero y el aluminio midiendo la deformación por una fuerza conocida.

EQUIPO REQUERIDO

Número	Aparato	Artículo N°
1	Aparato de medida para el módulo de elasticidad	1018527
1	Juego de ampliación – Módulo de elasticidad	1018528
1	Cinta métrica de bolsillo, 2m	1002603
1	Micrómetero para exteriores	1002600

FUNDAMENTOS GENERALES

La resistencia a la deformación de una barra plana y delgada contra la flexión por una fuerza externa se puede calcular analíticamente cuando la deformación es mucho más pequeña que la longitud de la barra. Ésta es proporcional al módulo de elasticidad *E* del material de la barra.
Es decir que, a partir de la deformación de la barra por una fuerza conocida se puede determinar el módulo de elasticidad.

Para el cálculo, se divide la barra en fibras paralelas, las cuales, en una flexión, del lado interno serán comprimidas y del lado externo alargadas. La fibra neutra no será ni extendida ni comprimida, mientras que el alargamiento resp. la compresión relativa ε de las fibras restantes y la tensión σ asociada con ellas depende de *z*, la distancia a la fibra neutra:

(1)
$$\varepsilon(z)=\frac{s+\Delta s(z)}{s}=\frac{z}{\rho(x)} \quad \text{y} \quad \sigma(z)=E\cdot\varepsilon(z)$$

$\rho(x)$: Radio de curvatura local de la flexión

Informaciones técnicas de los aparatos encuentra Ud. en 3bscientific.com

Por lo tanto, para la curvatura se debe aplicar el momento de flexión

(2)
$$M(x)=\int_A \sigma(z)\cdot z\cdot \mathrm{d}A=\frac{1}{\rho(x)}\cdot E\cdot I$$

con $I=\int_A z^2\cdot \mathrm{d}A$: Momento de inercia de la superficie.

Alternativo al radio de curvatura $\rho(x)$, en el experimento se mide el perfil $w(x)$ de la deformación de la fibra neutra con respecto a la posición de reposo, que se puede calcular como sigue. Siempre y cuando las variaciones $\mathrm{d}w(x)$ / $\mathrm{d}x$ de la deformación sean lo suficientemente pequeñas, vale la relación

(3)
$$\frac{\mathrm{d}^2 w}{\mathrm{d}x^2}(x)=\frac{1}{\rho(x)}=\frac{M(x)}{E\cdot I},$$

de la cual se obtiene el perfil de la deformación por integración doble.

Un ejemplo típico es la consideración de una barra de longitud *L* apoyada en ambos extremos, la cual es tirada hacia abajo por una fuerza *F* que actúa en el punto *a*. En equilibrio, la suma de todas las fuerzas que actuan es igual a cero:

(4)
$$F_1+F_2-F=0$$

Correspondientemente vale para todos los momentos que actuan en cualquier punto *x* de la barra:

(5)
$$M(x)-F_1\cdot x-F_2\cdot(L-x)+F\cdot(a-x)=0$$

En los extremos de la barra no se ocasionan ninguna curvatura y ninguna deformación, es decir que $M(0) = M(L) = 0$ y $w(0) = w(L) = 0$. Por lo tanto $M(x)$ está completamente determinado:

(6)
$$M(\zeta)=\begin{cases} F\cdot L\cdot(1-\alpha)\cdot\zeta; & 0\le\zeta\le\alpha \\ F\cdot L\cdot\alpha\cdot(1-\zeta); & \alpha<\zeta\le 1\end{cases}$$

$$\text{con } \zeta=\frac{x}{L} \text{ y } \alpha=\frac{a}{L}$$

Y se obtiene el perfil de la deformación con una doble integración

(7)
$$w(\zeta)=\begin{cases} \frac{F\cdot L^3}{E\cdot I}\cdot\left[(1-\alpha)\cdot\frac{\zeta^3}{6}-\left(\frac{\alpha^3}{6}-\frac{\alpha^2}{2}+\frac{\alpha}{3}\right)\cdot\zeta\right] \\ \frac{F\cdot L^3}{E\cdot I}\cdot\left[\frac{\alpha^3}{6}-\left(\frac{\alpha^3}{6}+\frac{\alpha}{3}\right)\zeta+\frac{\alpha}{2}\cdot\zeta^2-\frac{\alpha}{6}\zeta^3\right]\end{cases}$$

Su curso de comprueba en el experimento con carga en el centro (α = 0,5) y con carga fuera del centro (α < 0,5) .

EVALUACIÓN

Con carga en el centro es $w\left(x=\frac{L}{2},a=\frac{L}{2}\right)=-\frac{F\cdot L^3}{48\cdot E\cdot I}$

Para un rectángulo de ancho *b* y altura *d* se calcula

$$I=\int_A z^2\cdot\mathrm{d}A=\int_{-\frac{d}{2}}^{\frac{d}{2}} z^2\cdot b\cdot \mathrm{d}z=\frac{d^3}{12}\cdot b$$

Entonces $w\left(x=\frac{L}{2},a=\frac{L}{2}\right)=-\frac{1}{4}\cdot\frac{F}{E}\cdot\frac{L^3}{d^3}\cdot\frac{1}{b}$

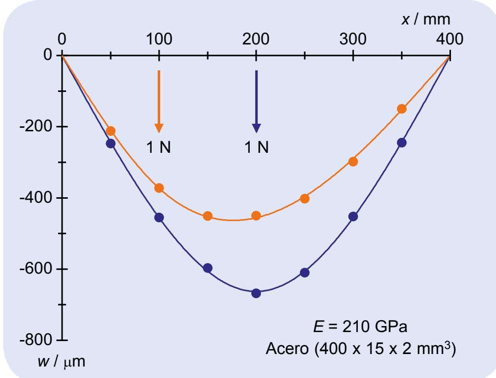


Fig. 1: Perfil de la deformación con carga medida y calculada, con carga en el centro y fuera del centro

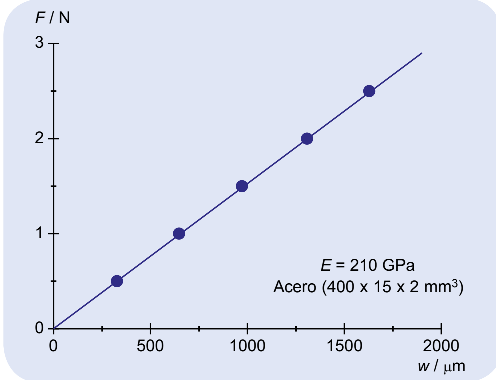


Fig. 2: Confirmación de la ley de Hooke

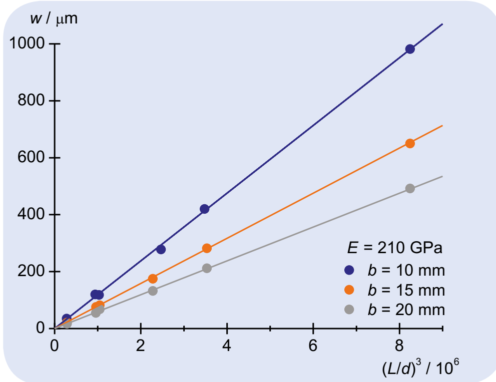


Fig. 3:Dependencia de la deformación con $(L/d)^3$

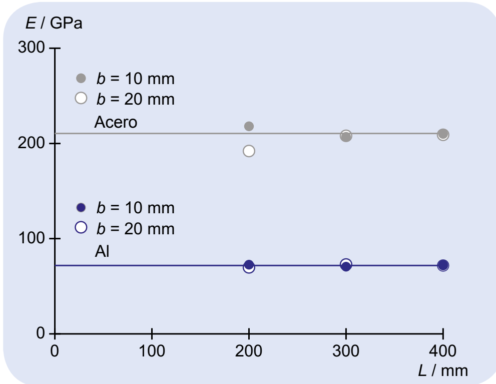


Fig. 4: Módulo de elasticidad de acero y aluminio