
**OBJETIVO**

Determinación del par de restauración angular y del módulo de cizalladura

**TAREAS**

- Determinación del par de restitución angular de barras cilíndricas en dependencia con su longitud.
- Determinación del par de restitución angular de barras cilíndricas en dependencia con su diámetro.
- Determinación del par de restitución angular de barras cilíndricas de diferentes materiales y determinación del módulo de cizalladura.

**RESUMEN**

Para la deformación de un cuerpo sólido se requiere una fuerza externa. En contra de ella actúa la resistencia del cuerpo a la deformación, que depende del material y de la geometría del cuerpo así como de la dirección de la fuerza actuante. La deformación es reversible y proporcional a la fuerza actuante, siempre y cuando ésta deformación no sea muy grande. Un ejemplo estudiado con mucha frecuencia es la torsión de una barra cilíndrica homogénea sujeta unilateralmente. Su resistencia a la deformación se puede calcular analíticamente montando un sistema capaz de oscilar, compuesto de una barra y un disco pendular y midiendo la duración de su oscilación.

**EQUIPO REQUERIDO**

Número	Aparato	Artículo N°
1	Aparato de torsión	1018550
1	Juego de ampliación para el aparato de torsión	1018787
1	Puerta fotoeléctrica	1000563
1	Contador digital (230 V, 50/60 Hz)	1001033 ó
	Contador digital (115 V, 50/60 Hz)	1001032

**FUNDAMENTOS GENERALES**

Para la deformación de un cuerpo sólido se requiere una fuerza externa. En contra de ella actúa la resistencia a la deformación del cuerpo, la cual depende del material y de la geometría del cuerpo así como de la dirección de la fuerza actuante. La deformación es elástica, es decir reversible, siempre y cuando esta fuerza no sea muy grande.

Un ejemplo estudiado con mucha frecuencia es la torsión de una barra cilíndrica homogénea sujeta unilateralmente, pues su resistencia a la deformación se puede calcular analíticamente. Para ello se

descompone la barra cilíndrica en cortes cilíndricos y radiales, en fragmentos parciales con longitud de barra  $L$ . Realizando una torsión de la barra en su extremo libre en un ángulo pequeño  $\psi$  todos los fragmentos parciales con radio  $r$  experimentan un cizallamiento sin curvatura en un ángulo

$$(1) \quad \alpha_r = \frac{r}{L} \cdot \psi$$

(véase Fig. 1). Para ello se debe aplicar la tensión de cizalladura

$$(2) \quad \tau_r = \frac{dF_{r,\phi}}{dA_{r,\phi}} = G \cdot \alpha_r$$

$G$ : Módulo de cizalladura del material de la barra

en la cual la fuerza parcial  $dF_{r,\phi}$  actúa sobre el fragmento parcial en dirección de la superficie frontal

$$(3) \quad \Delta A_{r,\phi} = r \cdot d\phi \cdot dr$$

del fragmento parcial. Se obtiene

$$(4) \quad dF_{r,\phi} = G \cdot \frac{r^2}{L} \cdot \psi \cdot d\phi \cdot dr$$

y se calcula fácilmente la fuerza requerida para la torsión del completo cilindro hueco de radio  $r$  en un ángulo  $\psi$  y así la fuerza requerida  $dF_r$  y el correspondiente momento angular  $dM_r$ :

$$(5) \quad dM_r = r \cdot dF_r = G \cdot 2\pi \cdot \frac{r^3}{L} \cdot \psi \cdot dr$$

Para la torsión del cilindro macizo con el radio  $r_0$  se tiene correspondientemente

$$(6) \quad M = \int_0^{r_0} dM_r = D \cdot \psi \quad \text{con} \quad D = G \cdot \frac{\pi}{2} \cdot \frac{r_0^4}{L}$$

Se cumple entonces la proporcionalidad entre el momento angular  $M$  y el ángulo de torsión  $\psi$ , es decir, el par de restitución angular  $D$  es constante, siempre y cuando el momento  $M$  no se haga muy grande. En caso de valores grandes, la deformación se hace plástica e irreversible.

Para la determinación del par de restitución angular, en el experimento se acopla un disco pendular en el extremo libre de la barra, que oscila alrededor del eje de torsión en desviaciones no muy grandes con el período de oscilación:

$$(7) \quad T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{J}{D}}$$

$J$ : Momento de inercia del disco pendular

Del período de oscilación ya conocido se puede calcular el momento de inercia del par de restitución angular  $D$ . Más exactamente, el momento de inercia se divide en el momento de inercia  $J_0$  del disco pendular y el momento de inercia de dos masas adicionales  $m$ , que oscilan en un radio  $R$  que están ordenadas alrededor del eje de torsión:

$$(8) \quad J = J_0 + 2 \cdot m \cdot R^2$$

y se mide el período de oscilación  $T$  para el disco pendular con las dos masas adicionales y el período de oscilación  $T_0$  del disco pendular sin las masas adicionales.

**EVALUACIÓN**

Para el par de restitución angular se calcula de (7) y (8) la ecuación de determinación:

$$D = 4\pi^2 \cdot \frac{2 \cdot m \cdot R^2}{T^2 - T_0^2}$$

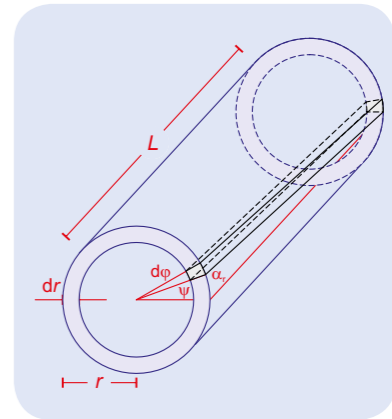


Fig. 1: Representación esquemática para el cálculo del momento angular requerido  $dM_r$  para la torsión de un cilindro hueco de longitud  $L$ , de radio  $r$  y de espesor de pared  $d_r$ .

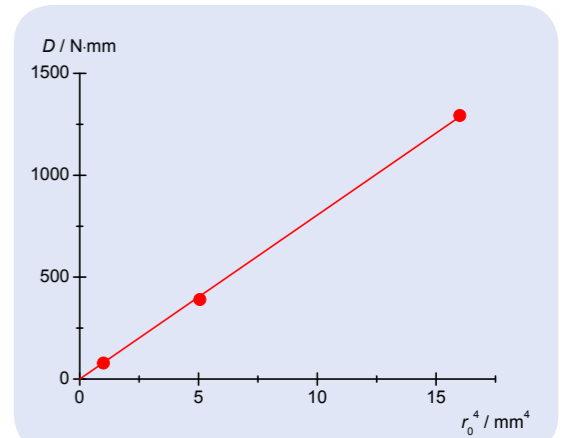


Fig. 2: Par de restitución angular de barras de aluminio de longitud 500 mm en dependencia con  $r_0^4$ .

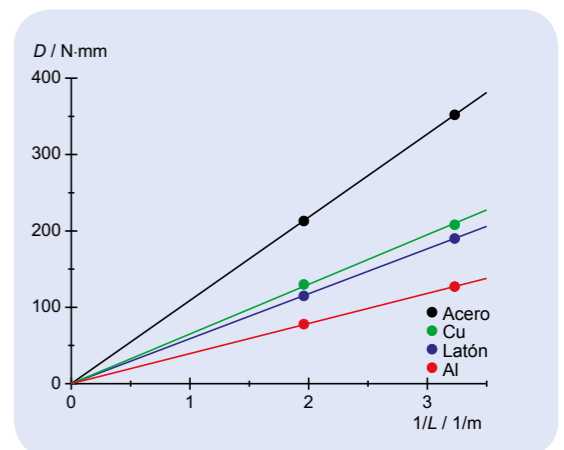


Fig. 3: Par de restitución angular de las barras cilíndricas en dependencia con  $1/L$ .